

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑ 1^ο

1. Να δοθούν οι ορισμοί:
 - i. Κατακόρυφη ασύμπτωτη
 - ii. Αρχική συνάρτηση η παράγουσα της f στο Δ

2. Έστω η f παραγωγίσιμη στο (α, β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο το x_0 , στο οποίο η f είναι συνεχής αν $f(x)$ διατηρεί πρόσημο στο $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$ τότε το $f(x_0)$ δεν είναι τοπικό ακρότατο και η f είναι γνησίως μονότονη στο (α, β) .

3. Να απαντήσετε με Σ, Λ
 - i. ένα τοπικό μέγιστο μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο
 - ii. οι πιθανές θέσεις ακροτάτων είναι κρίσιμα σημεία
 - iii. ασύμπτωτες αναζητώ στα σημεία του πεδίου ορισμού της f στα οποία η f δεν είναι συνεχής
 - iv. έστω f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$ τότε $f(x) \geq 0$ στο $[\alpha, \beta]$
 - v. αν η f συνεχής τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = -\int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$

ΘΕΜΑ 2^ο

Αν $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 8}{x - 2} \quad x \neq 2$

- i. να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα
- ii. να μελετηθεί ως προς την κυρτότητα
- iii. να βρεθούν οι ασύμπτωτες της f
- iv. να βρεθεί το σύνολο των τιμών της f
- v. να γίνει η γραφική παράσταση της f

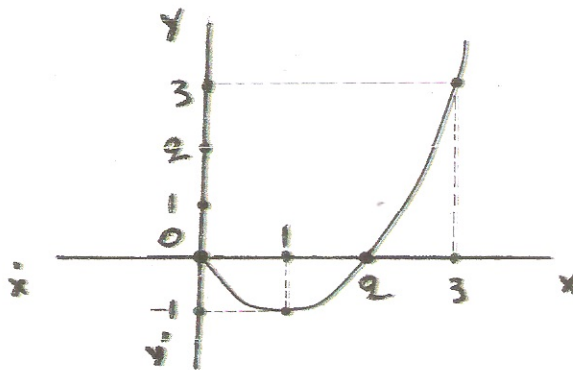
ΘΕΜΑ 3^ο

Έστω $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ $x \neq 0$

- i. να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία και να βρεθεί το σύνολο τιμών της
- ii. εξετάστε αν η εξίσωση $f(x) = \eta \mu^2 x - 1$ έχει λύση στο \mathbb{R}
- iii. να βρεθεί ο a έτσι ώστε να ισχύει $\int_{f(1)}^{f(a)} f(x) dx = 0$ όταν $x > 0$
- iv. ν.δ.ο $\ln \frac{\sqrt{6}}{2} \leq \int_{\ln^2}^{\ln^3} f(x) \leq \ln 3/2$
- v. αν $g(x) = f(x)(e^x - 2)$ να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την cg του $x'x$ και την ευθεία $x = \ln 3$ (δίνεται ότι $\ln 3 > 1$)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η γραφική παράσταση της f' στο διάστημα $[0 + \infty)$



Ισχύουν $f(1) = \frac{-1}{2}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 2}{x - 2} = 0$, δεν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{f(x)}$

και ισχύει το θ. Rolle για την f στο $[0,3]$

- i. ν.δ.ο $f(0) = 0 = f(3)$ και $f(2) = -2$
- ii. να μελετηθεί η f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα
- iii. να μελετηθεί η f ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- iv. να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) + 1}{x - 1}$
- v. αν F αρχική της f ν.δ.ο $F(2) - F(1) \geq -2$
- vi. να βρεθεί τον εμβαδόν που περικλείει η cf' με τον $x'x$ τον $y'y$ και την ευθεία $x = a$ με $a > 3$
- vii. αν το a αυξάνεται με ρυθμό 2 μον/sec να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού ως χρονική στιγμή σου το κινητό θρίσται σε $\partial \tau \text{ (ατ), } \theta$ όταν $f'(a(t)) = \theta$.

ΚΑΛΗ ΤΥΧΗ!!!