

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΟΜΑΔΕΣ ΣΤΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ

Θεματική ενότητα: Η παρουσία και ο ρόλος των Μαθηματικών σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης: Μια ανοιχτή και διαρκής πρόκληση. (Επιμόρφωση μαθηματικών).

Ζυγούρης Κωνσταντίνος,
καθηγητής Μαθηματικών,
3ο Γυμνάσιο Καστοριάς
kostaszig@sch.gr

Ρίζος Γιώργος,
καθηγητής Μαθηματικών,
7ο Γυμνάσιο Κέρκυρας
rizosgeo@sch.gr

Περίληψη εργασίας

Στην εργασία αυτή αναδεικνύουμε την ανάγκη δημιουργίας και λειτουργίας Μαθηματικών ομάδων σε Γυμνάσια, τις ιδέες και τα θέματα που μπορούν να εργαστούν οι μαθητές, τις δυσκολίες και τις προϋποθέσεις για τους συμμετέχοντες, τις προοπτικές και τις προκλήσεις. Παρουσιάζουμε, επίσης, στοιχεία από την λειτουργία τέτοιων ομάδων σε δύο Γυμνάσια.

Λέξεις κλειδιά: Μαθηματικές ομάδες, Επίλυση προβλήματος,

Abstract

In this paper, we highlight the needness creating and operating mathematical groups in high schools, the ideas and themes that students can work, the difficulties and the conditions for participants, perspectives and challenges. We also present data from the operation of two such groups in high schools.

Keywords: Math groups, Problem solving,

Εισαγωγή

Η δημιουργία και εργασία μιας μαθηματικής ομάδας απορρέει από την πηγαία ανάγκη του καθηγητή Μαθηματικών, αλλά πρωτίστως των μαθητών, να διευρύνουν το πλαίσιο του γνωστικού αντικειμένου και να προσεγγίσουν τη γνώση με ένα διαφορετικό τρόπο, απαλλαγμένο από την αυστηρότητα που έχουν τα αναλυτικά προγράμματα σπουδών όλων των τάξεων.

Οι μαθηματικές ομάδες κάνουν τους μαθητές να σκέφτονται και να δρουν, δίχως να καλύπτουν απαραίτητα υλικό από το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών. Οι μαθητές μιλούν βιωματικά σε μαθησιακές διαδικασίες, όπου η γνώση αγγίζει παράλληλα τον χώρο της Άλγεβρας, της Γεωμετρίας, της Τοπολογίας,

της Θεωρίας Αριθμών αλλά και άλλους πολλούς γνωστικούς τομείς σύνδεσης των μαθηματικών με άλλες επιστήμες. Χρησιμοποιούνται γρίφοι και παιχνίδια που προσφέρουν ψυχαγωγία και χαρά κεντρίζοντας το ενδιαφέρον των μαθητών.

Θεωρητικοί προβληματισμοί

Διεθνώς, συναντάμε τους Μαθηματικούς Κύκλους (Math Circles), των οποίων η ιστορία της δημιουργίας τους ξεκινά αρκετά παλιά. Πρωτοεμφανίζονται στη Ρωσία την δεκαετία του 1930 (Vogeli and Karp, 2010). Τις περισσότερες φορές τους κύκλους δημιουργούσαν καθηγητές πανεπιστημίων ή μεταπτυχιακοί φοιτητές, με συμμετέχοντες μαθητές Γυμνασίου, μερικοί από τους οποίους έγιναν κορυφαίοι μαθηματικοί ερευνητές. Οι κύκλοι προετοιμάζαν μαθητές για Μαθηματικές Ολυμπιάδες και καθώς ο θεσμός των Μαθηματικών κύκλων μετακόμισε στις Ηνωμένες Πολιτείες άλλαξαν μορφή, ώστε, πέραν του διαγωνιστικού μέρους, να παρέχουν στους ενδιαφερόμενους μαθητές επιπλέον δραστηριότητες: παιχνίδια, πρακτικές δραστηριότητες εξερεύνησης των μαθηματικών, γρίφους (Vanderveide, 2009). Σημαντική ήταν και η παρουσία της Ουγγαρίας σε θέματα και διαγωνισμούς μαθηματικών, προβολής από την Ουγγρική τηλεόραση κατά την διάρκεια της δεκαετίας του 1960 παιχνιδιών που περιελάμβαναν ερωτήσεις γύρω από τα Μαθηματικά (Πούλος, 2003).

Βέβαια, η συγκεκριμένη εργασία, όπως και πολλές άλλες με τις οποίες έχει ασχοληθεί ο Πούλος (1999, 2002) γεννά το ερώτημα: "*Είναι εύκολη η ανεύρεση και η επιλογή ταλαντούχων μαθητών στα Μαθηματικά;*" Μήπως, χάνουμε ταλαντούχα παιδιά στα σχολεία χρησιμοποιώντας δικά μας απλά κριτήρια ανεύρεσης ταλαντούχων μαθητών, όπως η επίδοση και η εκδήλωση ενδιαφέροντος, στηριζόμενη σε μια προϋπάρχουσα προδιάθεση από τις μικρές ηλικίες του Δημοτικού σχολείου; Επίσης, μήπως τελικά πρέπει να δοθούν ευκαιρίες σε περισσότερα παιδιά να κατακτήσουν τη δυνατότητα για ανώτερες τεχνολογικές σπουδές στην προοπτική της μετέπειτα συμμετοχής τους στην παγκόσμια αγορά εργασίας;

Για αρκετές δεκαετίες, οι υπεύθυνοι χάραξης πολιτικής στις Ηνωμένες Πολιτείες ανησυχούν για το ρυθμό με τον οποίο το αμερικανικό εκπαιδευτικό σύστημα παράγει μαθητές με τις μαθηματικές δεξιότητες, που απαιτούνται για να εντάσσονται αποτελεσματικά στην ολοένα και πιο απαιτητική τεχνολογικά παγκόσμια αγορά (National Academies, 2005). Οι εθνικές τάσεις και τα αποτελέσματα από διεθνείς συγκριτικές μελέτες, έχουν σε πολλές περιπτώσεις παρουσιάσει μια μικτή εικόνα, καθώς οι μαθητές των ΗΠΑ φαίνεται να σημει-

ώνουν συνολική πρόοδο, αλλά τα κενά επιτυχίας για μαθητές χαμηλού εισοδήματος και μειονοτήτων εξακολουθούν να υφίστανται, όπως και σε άλλες βιομηχανικές χώρες (Schmidt, 2012). Τα αποτελέσματα αυτά θεωρούνται από τους φορείς χάραξης πολιτικής ιδιαίτερα προβληματικά, καθώς οι προβλέψεις για επαγγελματικές καριέρες του 21ου αιώνα δείχνουν τη μεγαλύτερη ανάπτυξη στους κλάδους της επιστήμης, της τεχνολογίας, της μηχανικής και των μαθηματικών (STEM), τομείς στους οποίους οι μαθηματικές δεξιότητες αποτελούν προϋπόθεση για την επιτυχία (National Science Board, 2014). Υπάρχουν αυξανόμενες ενδείξεις ότι εμπειρίες και συμμετοχή σε μαθηματικούς κύκλους, μπορούν να παρακινήσουν τους μαθητές, να προωθήσουν την προσπάθεια και τη συμμετοχή σε μαθήματα STEM και να αυξήσουν τις ακαδημαϊκές επιδόσεις (Afterschool Alliance, 2011). Οι ερευνητές έχουν επίσης επισημάνει ότι αυτές οι εμπειρίες μπορούν να είναι κρίσιμες για τους μη ταλαντούχους μαθητές, που δεν επιλέγονται, επειδή έχουν περιορισμένη πρόσβαση και ευκαιρίες συμμετοχής σε παρόμοια προγράμματα (Chun & Harris, 2011, Lauer et al., 2003).

Στη χώρα μας, λειτουργούν μαθηματικοί όμιλοι και ομάδες σε μεμονωμένα σχολεία της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, με την εθελοντική προσφορά των διδασκόντων, εκτός του προγράμματος λειτουργίας των σχολείων. Επίσης στα Πρότυπα Πειραματικά Σχολεία (Π.Π.Σ.) λειτουργούν Μαθηματικοί όμιλοι, παράλληλα με τους ομίλους άλλων γνωστικών αντικειμένων, αξιοποιώντας τις δυνατότητες που παρέχει το ειδικό πρόγραμμα σπουδών των σχολείων αυτών.

Δραστηριότητες Μαθηματικών ομάδων

Ο Halmos υποστηρίζει ότι *"ο βασικός λόγος ύπαρξης του μαθηματικού είναι να λύσει προβλήματα ..."* (Halmos, 1980). Έτσι, βασικό στοιχείο στις μαθηματικές ομάδες είναι η επίλυση προβλημάτων και η εξάσκηση των μαθητών στις τεχνικές επίλυσης προβλημάτων, που παρουσιάζονται από τον George Polya (1968, 1976, 1981, 2004), όπως για παράδειγμα: δοκιμές, συμμετρίες, γραφήματα, σχέδια, χρήση άλγεβρας, εικόνων και μοτίβων, ιδιότητες αριθμών, εργασία προς τα πίσω, μελέτη περιπτώσεων και πολλές άλλες.

Η μαθηματική δραστηριότητα έχει να κάνει με την οργάνωση των δραστηριοτήτων των μαθητών κατά την επίλυση του προβλήματος, όπως η εύρεση ομοιοτήτων-διαφορών, η εύρεση μέσω επαγωγικού συλλογισμού κρυφών δομών, ο συμβολισμός, η απόδειξη, η γενίκευση λύσεων, οι διαφορετικές λύσεις, οι ορισμοί των εννοιών, η χρήση μοντέλων, η αιτιολόγηση, η δημιουργία αλγόριθμου κ.λπ.

Η μαθηματική δημιουργικότητα είναι μια δυναμική ικανότητα του ανθρώπινου μυαλού, που μπορεί να αναπτυχθεί εάν παρέχονται στους μαθητές οι

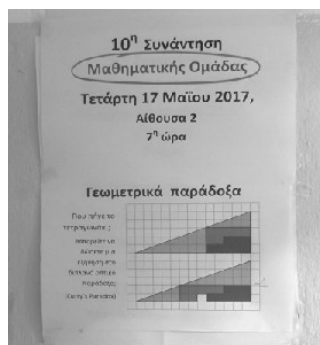
κατάλληλες ευκαιρίες μάθησης (Sheffield, 2009). Η καλλιέργεια της μαθηματικής δημιουργικότητας στους μαθητές, σύμφωνα με τη Leikin, πρέπει να είναι ένας από τους σημαντικούς στόχους των σχολικών μαθηματικών. Τα σχολικά μαθηματικά πρέπει να παρέχουν σε κάθε μαθητή τις ευκαιρίες να αποκτήσει μια γεύση της μαθηματικής του δημιουργικότητας (Leikin 2013).

Ο Haylock (1997) προτείνει τρεις διαφορετικούς τύπους δραστηριοτήτων με τις οποίες ενισχύεται η αποκλίνουσα και δημιουργική σκέψη των μαθητών. Η λύση προβλημάτων (problem solving) μη αλγοριθμικού χαρακτήρα στα οποία οι μαθητές δεν διαθέτουν μεθοδολογία λύσης. Η διατύπωση προβλήματος (problem- posing) η οποία έχει ως αφετηρία μία κατάσταση και ζητείται από τους μαθητές να διατυπώσουν κατάλληλα Μαθηματικά ερωτήματα. Τέλος θέματα που απαιτούν αναδιατύπωση, αναδόμηση ενός προβλήματος ή μίας κατάστασης προβλήματος. Τα προβλήματα με τα οποία θα εμπλακούν οι μαθητές θα πρέπει να είναι ανοικτά και επομένως να επιδέχονται πολλαπλές λύσεις, δηλαδή τα δεδομένα τους δεν δημιουργούν ένα κλειστό περιβάλλον μέσα στο οποίο αναζητείται μοναδική λύση.

Μια Μαθηματική ομάδα

Στην Κέρκυρα

Στο 7ο Γυμνάσιο Κέρκυρας η λειτουργία της Μαθηματικής ομάδας ξεκίνησε κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς 2017-2018, μετά από αίτημα ομάδας μαθητών. Μετά την επιτυχημένη πρώτη χρονιά καθιερώθηκε και λειτουργεί πλέον από τις πρώτες μέρες λειτουργίας του σχολείου μέχρι την τελευταία εβδομάδα. Οι προγραμματισμένες συναντήσεις γίνονται την 7η ώρα μιας ημέρας που το σχολείο λειτουργεί με εξάωρο. Συμμετέχουν μαθητές από κάθε τάξη. Συνήθως συμμετέχουν 15-20 μαθητές σε σύνολο 240 μαθητών του σχολείου. Τα θέματα με τα οποία ασχολούμαστε κάθε εβδομάδα ανακοινώνονται από τις προηγούμενες μέρες στον πίνακα ανακοινώσεων της ομάδας.



Οι ενότητες με τις οποίες ασχοληθήκαμε εφέτος αφορούσαν την επίλυση προβλημάτων με αλγεβρικές μεθόδους και με πρακτικές λύσεις, ιστορικά προβλήματα, μαθηματικά παράδοξα (γεωμετρικά, πιθανοτήτων, αλγεβρικά κ.α.), παιχνίδια αριθμητικής (master mind, ανακάλυψη αριθμών κ.α.), παιχνίδια με κάρτες, ως εισαγωγή στη θεωρία πιθανοτήτων και άλλα πολλά. Συνολικά σε 26 συναντήσεις ασχοληθήκαμε με πολλά τέτοια προβλήματα και θέματα που κράτησαν αμείωτο το ενδιαφέρον των μαθητών που συμμετείχαν¹. Επιπλέον πραγματοποιήσαμε μερικά μαθηματικά πειράματα σε συνεργασία με το ΕΚΦΕ Κέρκυρας. Στις δραστηριότητες αυτές η συμμετοχή ήταν αυξημένη. Ασχοληθήκαμε με την πειραματική επαλήθευση του Πυθαγορείου Θεωρήματος με χρήση ζυγών, με την πειραματική επιβεβαίωση του όγκου κυλίνδρου, τη μέτρηση του ύψους του σχολείου με τη χρήση αναλογιών, συμμετείχαμε στο πρόγραμμα του Αστεροσκοπείου Αθηνών «Πείραμα του Ερατοσθένη» για τη μέτρηση της ακτίνας της γης και διοργανώσαμε ανοιχτές διαλέξεις και δραστηριότητες με καλεσμένους εισηγητές, όπου συμμετείχαν περίπου 80-90 μαθητές.

Σε μερικές συναντήσεις του Οκτωβρίου παρουσιάσαμε θέματα στο ύφος των διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε. Παρακινήσαμε και παρείχαμε πληροφορίες σε όσους μαθητές ενδιαφέρθηκαν να συμμετέχουν. Τα αποτελέσματα όσων συμμετείχαν ήταν θετικά. Τέλος οι μαθητές εξασκήθηκαν στη χρήση λογισμικού (Geogebra, μαθηματικοί τύποι του προγράμματος Excell) το οποίο χρησιμοποίησαν σε εργασίες που εκπόνησαν, οι οποίες παρουσιάστηκαν σε ειδική ημερίδα του σχολείου.



Μέτρηση ύψους σχολείου με αναλογίες



Πείραμα Ερατοσθένη 2019

¹ Τα φύλλα εργασίας (σχ. έτους 2018-2019) είναι αναρτημένα στο ιστολόγιο του Γυμνασίου, στη διεύθυνση: <https://blogs.sch.gr/7gymkerk/>, στη στήλη «Μαθηματικά».



Πειραματική επαλήθευση Πυθαγορείου Θεωρήματος

Η εκτίμησή μας είναι ότι βελτιώθηκε η προδιάθεσή τους απέναντι στα μαθηματικά, ακόμα κι αν κάποιοι μαθητές που συμμετείχαν είχαν (κι έχουν) κάποια κενά και δυσκολίες κατανόησης. Οι μαθητές συμμετείχαν με ενδιαφέρον, επιζητούσαν μόνοι τους επιπλέον υλικό για μελέτη: Βιβλία ιστορικού ενδιαφέροντος, διασκεδαστικών μαθηματικών, γρίφων, μαθηματικών διαγωνισμών κ.α. Ειδικά σε μαθητές που επί τρία χρόνια συμμετέχουν, η βελτίωση που παρατηρούμε είναι θεαματική, επειδή αντιμετωπίζουν πλέον τα μαθηματικά της τάξης, με αυτοπεποίθηση. Εκτός κάποιων παιδιών με ειδικές δυνατότητες και γνώσεις, οι υπόλοιποι συμμετέχοντες θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν μαθητές στο μέσο όρο, που απλώς είχαν θετική προδιάθεση για τα μαθηματικά και ενδιαφερόταν να γνωρίσουν κάποιες έννοιες σε βάθος ή συμμετείχαν από περιέργεια και διάθεση αναζήτησης. Οι εκτιμήσεις αυτές είναι, βεβαίως, υποκειμενικές, εφόσον δεν έχει γίνει κάποιου τύπου αξιολόγηση της επίδρασης της Μαθηματικής Ομάδας στις επιδόσεις τους. Ας σημειώσουμε απλώς ότι η αδιάλειπτη εθελοντική παρουσία μαθητών επί τρία χρόνια, εκτός σχολικού ωραρίου, συνηγορεί στο γεγονός ότι τα παιδιά αυτά κάτι θετικό (αισθάνονται) να απόκομίζουν.

Στην Καστοριά

Η ομάδα αποτελούνταν από περίπου δεκαεπτά μαθητές της Α' τάξης του 3ου Γυμνασίου και πέντε της ΣΤ' τάξης του 7ου Δημοτικού. Η επιλογή έγινε έπειτα από την εκδήλωση ενδιαφέροντος των παιδιών και λειτούργησε για ένα σχολικό έτος κάθε Σάββατο με δραστηριότητες διάρκειας μιάμιση ώρας. Δεν δινόταν εργασία για τους μαθητές στο σπίτι. Τα παιδιά εργαζόταν στο σχολείο σε ομάδες, ασχολούμενοι με 3-4 προβλήματα στην κάθε συνάντηση. Από τον διδάσκοντα δινόταν ελάχιστη βοήθεια, χωριστά και προοδευτικά. Με χρήση

λογισμικού παρουσιάσεων δινόταν στους μαθητές υποδείξεις, ιδέες εργασίας και τεχνικές .

Τα προβλήματα που επιλέχθηκαν συνδύαζαν στρατηγικές επίλυσης (Polya G., 1981, 2004), αλλά και παιχνίδια. Παρουσιάζουμε μερικά τέτοια παραδείγματα: Δύο αντίπαλοι προσθέτουν εναλλάξ αριθμούς από το 1 έως το 10, ώστε το άθροισμα να είναι 100. Η ανάλυση του παιχνιδιού μάς οδηγεί στο να μάθουμε να δουλεύουμε ανάποδα (work backward). Παιχνίδια με κάρτες και συστήματα αρίθμησης. Παρουσιάζουμε στους μαθητές 7 κάρτες που περιέχουν κατάλληλα τοποθετημένους τους αριθμούς από το 1 έως το 120 (όχι όλους σε κάθε κάρτα), ώστε, χρησιμοποιώντας την ανάλυση των αριθμών στο δυαδικό σύστημα, να μαντεύουμε σε ποιές κάρτες βρίσκονται οι αριθμοί που μας λένε οι ακροατές μας. Ουσιαστικά το παιχνίδι αποσκοπεί στο να προσεγγίσουν οι μαθητές εναλλακτικά συστήματα αρίθμησης, εκτός του δεκαδικού με έναν ευχάριστο τρόπο και να εργαστούν με τις δυνάμεις του δύο. Ακόμη, το Nim game, παιχνίδια με μετακινήσεις σπύριτων, παιχνίδια με νομίσματα και τράπουλες, με στόχο την εξάσκηση της παρατηρητικότητας, αλλά και για να δώσουμε την δυνατότητα οι μαθητές να μάθουν την στρατηγική «λερώνουμε τα χέρια μας». Δίνουμε ακόμη ένα παράδειγμα δραστηριότητας περιγράφοντας σύντομα την διαδικασία εργασίας. Η εύρεση του πλήθους των τετραγώνων που υπάρχουν σε μια σκακιέρα 8×8 . Στη δραστηριότητα αυτή, οι μαθητές θα πρέπει να αναγνωρίσουν ότι η άμεση-επιπόλαιη απάντηση «64 τετράγωνα» δεν είναι αποδεκτή, όταν κοιτάζουν το τέταρτο βήμα κατά Polya (γύρνα πίσω και δεξ - look back). Τότε θα διαπιστώσουν την αξία του βήματος αυτού, όπως και την αναγκαιότητα της κατανόησης σε βάθος του προβλήματος. Θα συνδύασουν στρατηγικές και τεχνικές, όπως δημιουργία λίστας ή λύσης σε ένα ευκολότερο πρόβλημα (π.χ. μιας 3×3 σκακιέρας). Τέθηκαν γρίφοι λογικής, παρατηρητικότητας, κάποια θέματα τοπικών διαγωνισμών παραρτημάτων της ΕΜΕ και θέματα από διαγωνισμούς «Καγκουρό» ή από τον διαγωνισμό «Μαθηματικά και Παιχνίδι» της ΕΜΕ.

Βασική επιδίωξη από τον διδάσκοντα ήταν να κεντρίξει το ενδιαφέρον των μαθητών και να παρατηρεί την επιδίωξη των ομάδων και των συμμετέχοντων σε αυτές να δουλέψουν ακόμη και με προβλήματα ή θέματα αρχικά ακατανόητα, δίνοντας όμως ενδιάμεσα και θέματα ασκήσεων περισσότερο κοντά στη σχολική ύλη. Τα αποτελέσματα εργασίας για τον διδάσκοντα ήταν πολύ ενθαρρυντικά. Ελάχιστοι μαθητές εγκατέλειψαν την προσπάθεια, αφού μέχρι την τελευταία συνάντηση συμμετείχαν περίπου 16 μαθητές. Η διάρκεια ενασχόλησης με «δύσκολα» προβλήματα αυξήθηκε, οι τεχνικές άρχισαν να

αποδίδουν και οι μαθητές να λειτουργούν περισσότερο αυτόνομα και με αυτοπεποίθηση. Δεν δόθηκαν ερωτηματολόγια στους μαθητές, ώστε να υπάρξει ποιοτική ανάλυση των δεδομένων, πράγμα που σχεδιάζεται να υλοποιηθεί την επόμενη χρονιά εργασίας με παρόμοιο τρόπο.

Μια εναλλακτική πρόταση

Είναι προφανές ότι στα πλαίσια της καθημερινής διδασκαλίας στην τάξη των μαθηματικών δεν μπορεί και δεν πρέπει να προωθείται η ενασχόληση όλων των μαθητών με την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων που αναδεικνύουν τη σημασία μαθηματικών εννοιών και οδηγούν σε διερευνήσεις και γενικεύσεις. Κάτι τέτοιο, αφενός θα ερχόταν σε αντίθεση με το ενιαίο πρόγραμμα διδασκαλίας, αλλά αφετέρου δεν είναι εφικτό, ούτε θεμιτό, εφόσον συμμετέχουν όλοι οι μαθητές, των οποίων τα ενδιαφέροντα, αλλά και οι δεξιότητες διαφέρουν κατά πολύ.

Οπότε μια διέξοδος είναι η δημιουργία Μαθηματικών Κύκλων (ομάδων-ομίλων), όπου συμμετέχουν εθελοντικά μαθητές, οι οποίοι είτε είναι «χαρισματικοί», είτε απλώς έχουν θετική προδιάθεση ή έστω την περιέργεια να κάνουν μερικά βήματα βαθύτερα, εξερευνώντας μαθηματικές έννοιες, μέσα από δραστηριότητες, οι οποίες με το προκλητικά ενδιαφέρον περιεχόμενό τους προκαλούν ένα ευχάριστο και δημιουργικό περιβάλλον.

Οι ομάδες αυτές, μέχρι τώρα λειτουργούν εκτός ωραρίου, με την εθελοντική προσφορά των εκπαιδευτικών. Μία πρόταση που τίθεται προς διερεύνηση και συζήτηση είναι **η θεσμοθέτηση και ένταξη στο Αναλυτικό Πρόγραμμα σπουδών Γυμνασίων και Λυκείων τέτοιων δραστηριοτήτων** μέσω της δημιουργίας ζώνης μαθημάτων επιλογής.

Τα θετικά αυτής της πρότασης είναι η εξάπλωση του θεσμού, η ενασχόληση περισσότερων εκπαιδευτικών και μαθητών, η δυνατότητα ανταλλαγής εμπειριών, ιδεών, προγραμμάτων, δραστηριοτήτων, μέσω π.χ. μιας ηλεκτρονικής πλατφόρμας με κατάλληλο υλικό, όπου θα συζητούνται οι εμπειρίες εφαρμογής των δραστηριοτήτων, ώστε να βελτιώνονται διαρκώς. Ακόμα θα υπάρχει η δυνατότητα για κοινές δράσεις και συναντήσεις. Τέλος, θα ξεπεραστεί ο ανασταλτικός παράγοντας της «εκτός ωραρίου» ενασχόλησης των παιδιών, που έχουν ήδη αρκετά βαρύ εξωσχολικό πρόγραμμα.

Ένα μειονέκτημα αυτής της πρότασης είναι η αποδεδειγμένη έλλειψη ευελιξίας των Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών, που θα πρέπει να συνδυάζονται σε συγκεκριμένες μέρες και ώρες ταυτόχρονα πολλά διαφορετικά τμήματα επιλογής, κάτι που αποτελεί δυσεπίλητο γρίφο για τους προγραμματιστές.

Επίσης δεν θα πρέπει να εκφυλιστεί σε μια ευκαιρία «βολικής» συμπλήρωσης ωραρίου. Αυτό που δίνει πνοή στο θεσμό είναι η πρόθεση των συμμετεχόντων να εμπνεύσουν με τη διδασκαλία τους όσο το δυνατόν περισσότερους μαθητές. Κι αυτό απαιτεί μεράκι, αρκετή ενασχόληση, προετοιμασία και αυτομόρφωση από τους εμπλεκόμενους εκπαιδευτικούς, που δεν εξαργυρώνεται, ούτε αποτιμάται με μερικές ώρες συμπλήρωσης ωραρίου. Γι' αυτό, στην περίπτωση όπου ενταχθούν στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών τέτοιες δραστηριότητες, πιστεύουμε ότι πρέπει οι αναθέσεις να μη γίνονται με κριτήρια «συμπλήρωσης ωραρίου», αλλά αντιθέτως να έχει προηγηθεί κατάλληλη επιμόρφωση των διδασκόντων και να παρέχεται συνεχής υποστήριξη με κατάλληλο εκπαιδευτικό υλικό, ώστε να επιτευχθεί το βέλτιστο δυνατό αποτέλεσμα.

Βιβλιογραφία

1. Vogeli and Karp (2010) *Russian Mathematics Education: History and World Significance*. Singapore: World Scientific Press.
2. Vandervelde, S. (2009) *Circle in a Box*. MSRI Mathematical Circles Library. Providence, RI: American Mathematical Society.
3. Πούλος, Α. (2003) «*Η εκπαίδευση των ταλαντούχων μαθητών στα Μαθηματικά στην Ουγγαρία*». Περιοδικό «*Έρευνα και Εκπαίδευση*», Θεσσαλονίκη, Τόμος 3ος, (2003), σελ. 11-18. ISSN: 1108-9709.
4. Πούλος, Α. (1999) *Για την αξιοποίηση των ταλαντούχων μαθητών στα Μαθηματικά. Η περίπτωση της Ν. Κορέας*. Περιοδικό «*Χρονικά*». Έκδοση του Πειραματικού Σχολείου του Α.Π.Θ., τεύχος 9, (1999), σελ. 67-76.
5. Πούλος, Α. (2002) «*Ο ρόλος των πειραματικών σχολείων στην εκπαίδευση και αξιοποίηση των ταλαντούχων μαθητών*», σελίδες 51- 56, στον τόμο των Πρακτικών «*Το σχολείο στην τρίτη χιλιετία*», (2002), έκδοση του Π.Σ.Π.Α. Αθήνα. ISBN: 1109-589X.
6. National Academies, (2005) *Rising Above the Gathering Storm: Energizing and Employing America for a Brighter Economic Future*. Retrieved from http://www.nap.edu/catalog.php?record_id=11463
7. Schmidt, W.H. (2012) *At the Precipice: The Story of Mathematics Education in the United States*. *Peabody Journal of Education*, 87(1), 133-156, DOI:10.1080/0161956X.2012.642280
8. National Science Board, (2014) *Science & Engineering Indicators 2014*. Arlington, VA: National Science Foundation.
9. Afterschool Alliance (2011) *STEM learning in afterschool: An analysis of*

impact and outcomes. Retrieved from
<http://eric.ed.gov/contentdelivery/servlet/ERICServlet?accno=ED525252>
<http://hfrp.org/content/download/3847/105424/file/ResearchUpdates5-STEM-012611-Final.pdf>

10. Chun, K., & Harris, E. (2011). *STEM out-of-school time programs for girls. Highlights from the out-of-school time database research update*, No.5. Retrieved from
11. Lauer, P.A., Akiba, M., Wilkerson, S.B., Apthorp, H.S., Snow, D. & Martin - Glenn, M. (2003). *The effectiveness of out-of-school-time strategies in assisting low-achieving students in reading and mathematics*. Aurora, CO: MREL.
12. Halmos, P. (1980). *The Heart of Mathematics*. The American Mathematical Monthly 87(7), 519-524.
13. Polya, G. (1968) *Mathematics and Plausible Reasoning Volume II: Paterns of Plausible Inference* (Second ed.): Princeton University Press.
14. Polya, G. (1976) *Mathematical Methods in Science* (Revised ed.): The Mathemati- cal Associatiomm of America.
15. Polya, G. (1981) *Mathematical Discovery* (Combined ed.): John Wiley&Sons.
16. Polya, G. (2004) *How to Solve it*: Expanded Princeton Science Library Edition, 2004.
17. Sheffield, L. J. (2009) *Developing mathematical creativity – Questions may be the answer*. In R. Leikin, A. Berman and B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students*. (pp. 87–100). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.
18. Leikin R. (2013) *Evaluating mathematical creativity: The interplay between multiplicity and insight, Psychological test and Assessment Modeling*, volume 55(4), p.385-400.
19. Haylock, D. (1997). *Recognizing mathematical creativity in school-children*. *ZDM*, 27(2), 68–74.