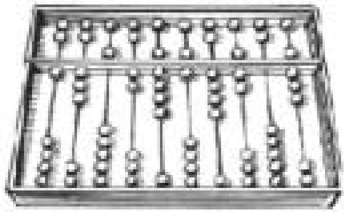
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΤΗΣ
ΕΥΑΓΓΕΛΙΚΗΣ ΣΧΟΛΗΣ ΣΜΥΡΝΗΣ
ΕΤΟΣ ΙΔΡΥΣΗΣ 1733
http://lyk-evsch-n-smyrn.att.sch.gr



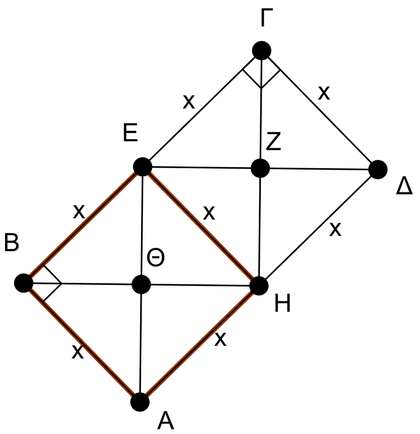
Ταξη Β, Γεωμετρια

15 Σεπτεμβρίου 2010 | Φύλλο 1 | Στοιχειοθετείται με το LaTeX

Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης, www.nsmavrogiannis.gr

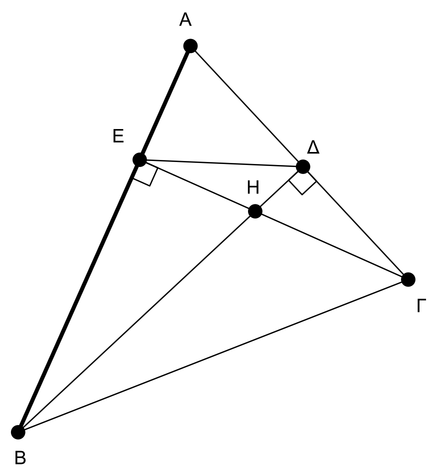
Επαναληπτικές Ασκήσεις στην ύλη της Α′ Τάξης

1. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΕΖΗΘ είναι τετράγωνο.

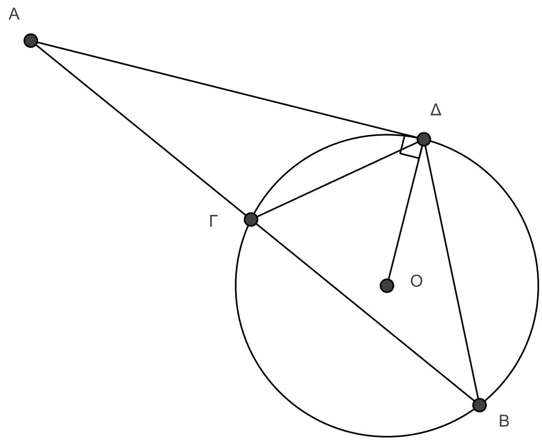


2. (α′) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι όμοια και να γράψετε τις αναλογίες που προκύπτουν από την ομοιότητα τους.

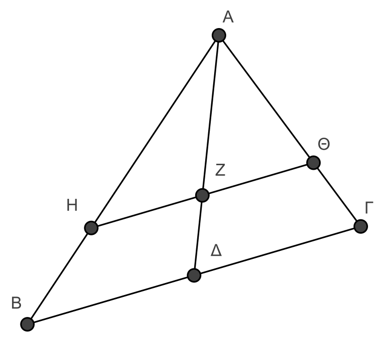
   (β′) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια και να γράψετε τις αναλογίες που προκύπτουν από την ομοιότητα τους.



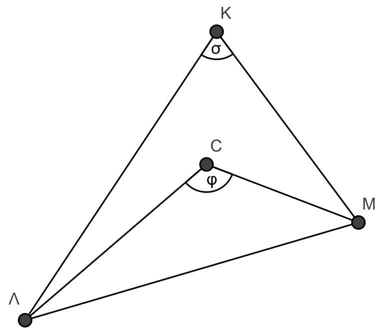
3. Το Ο είναι κέντρο του κύκλου. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι όμοια και να γράψετε τις αναλογίες που προκύπτουν από την ομοιότητα τους.



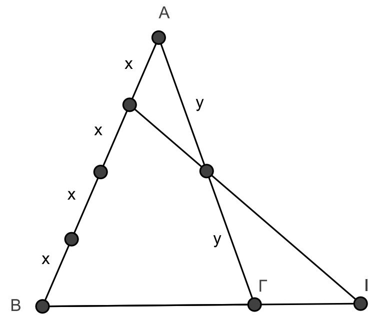
4. Το σημείο Ζ είναι κέντρο βάρους του τριγώνου ΑΒΓ και η ΗΘ είναι παράλληλη στην ΒΓ. Αν το μήκοις της ΒΓ είναι 9 ποιό είναι το μήκος της ΗΘ;



5. Στο επόμενο σχήμα φαίνεται ότι $\varphi > \sigma$. Μπορείτε να δώσετε μία απόδειξη;



6. Στηριχθείτε στο θεώρημα του Μενελάου (σχολικό βιβλίο, σελίδα 164, άσκηση 3) για να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\mathrm{IB}}{\mathrm{I\Gamma}}$.



7. **Το Θεώρημα του Πτολεμαίου.** Θεωρούμε τετράπλευρο ΑΒΓΔ εγγεγραμμένο σε κύκλο. Θεωρούμε σημείο Ε στην προέκταση της ΒΓ προς το μέρος του Β έτσι ώστε $\widehat{\mathrm{EA}B} = \widehat{\Gamma\mathrm{A}\Delta}$

(α΄) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΕΑΒ και ΑΔΓ είναι όμοια.

(β΄) Με την βοήθεια του προηγουμένου ερωτήματος να αποδείξετε ότι

$$\mathrm{AB}\cdot\Gamma\Delta = \mathrm{A}\Delta\cdot\mathrm{EB} \tag{1}$$

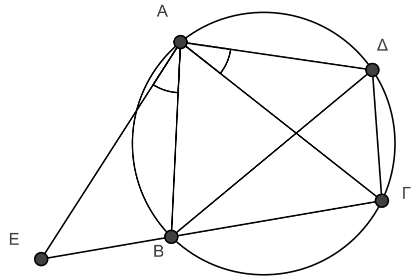
(γ΄) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΓ και ΑΒΔ είναι όμοια.

(δ΄) Με την βοήθεια του προηγουμένου ερωτήματος να αποδείξετε ότι

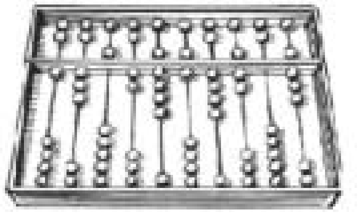
$$\mathrm{A}\Gamma\cdot\mathrm{B}\Delta = \mathrm{A}\Delta\cdot\mathrm{E}\Gamma \tag{2}$$

(ε΄) Με την βοήθεια των (1), (2) να αποδείξετε ότι:

$$\mathrm{A}\Gamma\cdot\mathrm{B}\Delta = \mathrm{AB}\cdot\Gamma\Delta + \mathrm{B}\Gamma\cdot\mathrm{A}\Delta \tag{3}$$



ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΤΗΣ
ΕΥΑΓΓΕΛΙΚΗΣ ΣΧΟΛΗΣ ΣΜΥΡΝΗΣ
ΕΤΟΣ ΙΔΡΥΣΗΣ 1733
http://lyk-evsch-n-smyrn.att.sch.gr



Τάξη Β, Γεωμετρία

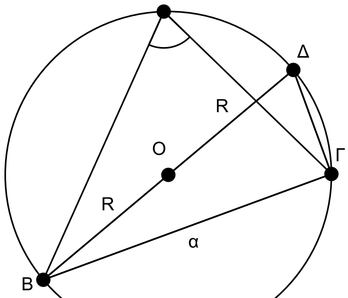
21 Σεπτεμβρίου 2010 | Φύλλο 2 | Στοιχειοθετείται με το LaTeX

Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης, www.nsmavrogiannis.gr

Επαναληπτικές Ασκήσεις στην ύλη της Α′ Τάξης

1. **Ο Νόμος των Ημιτόνων.**

(α′) Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και τον περιγεγραμμένο κύκλο του ο (O, R). Έστω Δ το αντιδιαμετρικό σημείο του Β.



i. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΒΔΓ είναι ορθογώνιο και ότι $\widehat{\mathrm{B}\Delta\Gamma} = \mathrm{A}$

ii. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2R\eta\mu\mathrm{A}$

(β′) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:

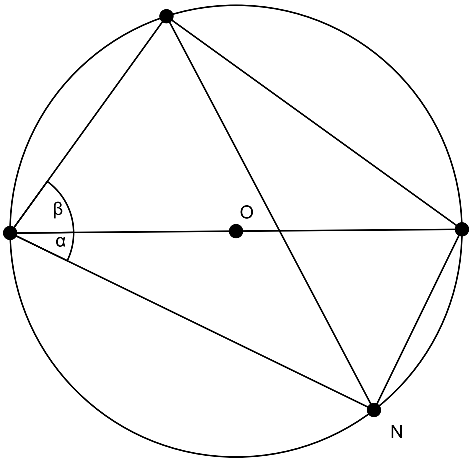
$$\frac{\alpha}{\eta\mu\mathrm{A}} = \frac{\beta}{\eta\mu\mathrm{B}} = \frac{\gamma}{\eta\mu\Gamma} = 2R$$

όπου R είναι η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του.

(γ′) Ένα τρίγωνο έχει ακτίνα περιγεγραμμένου κύκλου 10 και μία γωνία $30°$. Ποιό είναι το μήκος της απέναντι πλευράς προς αυτή την γωνία;

(δ′) Σε ένα τρίγωνο είναι $\mathrm{A} = 30°$, $\mathrm{B} = 45°$ και $\alpha = 20$. Βρείτε την β.

2. Ο κύκλος στο επόμενο σχήμα έχει κέντρο Ο και **διάμετρο** 1.



Με την βοήθεια το Νόμου των Ημιτόνων να αποδίξετε ότι:

(α′) $\Lambda\mathrm{N} = \eta\mu\alpha$

(β′) $\Lambda\mathrm{M} = \eta\mu\beta$

(γ′) $\mathrm{MN} = \eta\mu\,(\alpha+\beta)$

Μετά να αποδείξετε ότι

(α′) $\mathrm{KN} = \sigma\upsilon\nu\alpha$

(β′) $\mathrm{KM} = \sigma\upsilon\nu\beta$

Τέλος στηριχθείτε στο θεώτημα του Πτολεμαίου για να αποδείξετε ότι:

$$\boxed{\eta\mu\,(\alpha+\beta) = \eta\mu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\beta\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha}$$

Χρησιμοποιείστε τον προηγούμενο τύπο (που καλό είναι να τον θυμάστε στην ζωή σας) για να υπολογίσετε το:

$$\eta\mu 75° = \eta\mu\,(30° + 45°) =$$

3. Είναι δυνατόν να αποδειχθεί ότι ο τύπος

$$\eta\mu\,(\alpha+\beta) = \eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\beta \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

ισχύει όχι μόνο για οξείες γωνίες (που τον αποδείξαμε εμείς) αλλά για οποιεσδήποτε γωνίες, θετικές ή αρνητικές. Με την βοήθεια αυτού του τύπου βρείτε τύπους για τα:

(α′) $\eta\mu\,(\alpha-\beta) = \eta\mu\,(\alpha+(-\beta)) = ...$

(β′) $\sigma\upsilon\nu\,(\alpha+\beta) = \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}-(\alpha+\beta)\right) = \eta\mu\left(\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\beta\right) = ...$

(γ′) $\sigma\upsilon\nu\,(\alpha-\beta) = \sigma\upsilon\nu\,(\alpha+(-\beta)) = ...$

(δ′) $\eta\mu\,(2\alpha) = \eta\mu\,(\alpha+\alpha) = ...$

(ε′) $\sigma\upsilon\nu\,(2\alpha) = \sigma\upsilon\nu\,(\alpha+\alpha) = ...$

Μπορείτε να επιβεβαιώσετε τα αποτελέσματα που βρήκατε κοιτώντας το βιβλίο της Άλγεβρας στις σελίδες 26-34.