**3ο ΓΕΛ ΚΕΡΑΤΣΙΝΙΟΥ 2014 – 15**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΟΡΙΑ – ΣΥΝΕΧΕΙΑ – BOLZANO**

**ONOMA: …………………..**

**ΕΠΩΝΥΜΟ: ……………………………**

**Θέμα 1ο**

Α. Πότε μία συνάρτηση λέγεται συνεχής στο ; (μον. 04)

Β. Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία του θεωρήματος Βolzano. (μον. 05)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις σαν Σωστές ή Λανθασμένες

i) Αν f συνεχής στο  και υπάρχει  ώστε , τότε κατ΄ ανάγκη θα είναι .

ii) Αν  για κάθε και υπάρχει το στο , τότε πάντοτε .

iii) Η εικόνα  ενός διαστήματος  μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης είναι διάστημα.

iv) Αν , με  τότε κατ΄ ανάγκη  ή .

v) Ισχύει ότι .

vi) .

vii) Αν η f είναι συνεχής στο , τότε έχει πάντοτε μέγιστη τιμή και ελάχιστη τιμή στα άκρα του διαστήματος.

viii) Αν , τότε κατ΄ ανάγκη  ή . (μον. 16)

**Θέμα 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση με , .

i) Να δείξετε ότι η είναι γνησίως φθίνουσα στο , γνησίως αύξουσα στο και να βρείτε το σύνολο τιμών της. (μον. 15)

ii) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  έχει ακριβώς δύο θετικές ρίζες . (μον. 10)

**Θέμα 3ο**

Έστω η συνάρτηση  η οποία είναι συνεχής στο  και για κάθε  ισχύει ότι . Να αποδείξετε ότι:

**α.** . (μον. 10)

**β.** Να αποδείξετε ότι υπάρχει , τέτοιο ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης  να διέρχεται από το σημείο . (μον. 15)

**Θέμα 4ο**

Έστω η συνεχής συνάρτηση , για την οποία ισχύει:  για κάθε  και .

α) Να βρείτε τον τύπο της . (μον. 12)

β) Αν η γραφική παράσταση της τέμνει την ευθεία  σε δύο σημεία, τα και με , να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον τέτοιο, ώστε να ισχύει: . (μον. 08)

γ) Αν , με , να υπολογίσετε το όριο . (μον. 05)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ