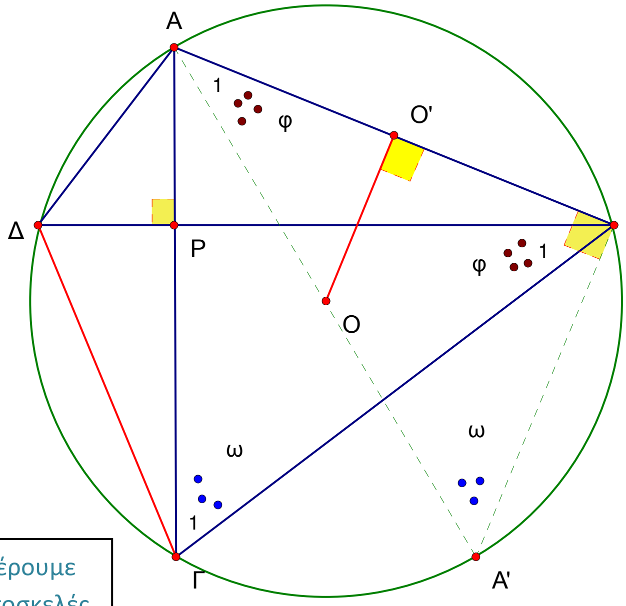
Θεωρούμε τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιες εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R). Να δείξετε ότι η απόσταση του κέντρου του κύκλου από μια πλευρά του τετραπλεύρου είναι ίση με το μισό της απέναντι πλευράς. *Ντάνης - Καρδαμίτσης*

Λύση 1



Αν Α΄ αντιδιαμετρικό του Α τότε
$ΑΒΑ'=90^o$ και Α'Β= 2 ΟΟ'

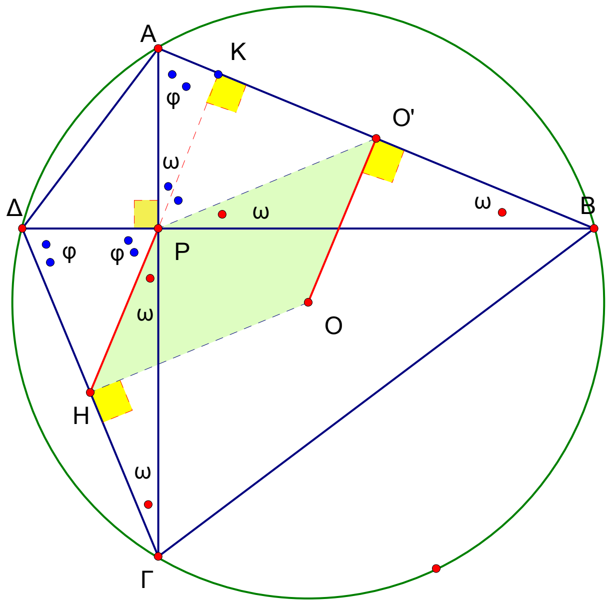
Ειναι επίσης $Γ_1=Α'=ω$ (1)
(εγγεγραμμένες που βαίνουν στο ίδιο τόξο) και
$Β_1=90^o - Γ_1$ (αφού $Ρ=90^o$) (2)

$Α_1=90^o - Α'$ (3) (αφού ΑΒΑ' ορθογώνιο τρίγωνο)

Από (1,2,3)---- > $Α_1=Β_1$ --- >ΒΑ'=ΔΓ ή 2ΟΟ'=ΔΓ που είναι το ζητούμενο.

Προσθήκη : Η άσκηση συντομεύει ως εξής: Φέρουμε την ΓΑ' οπότε ΑΓΑ' =90 ---> ΓΑ'//ΔΒ --->ΔΓΑ'Β ισοσκελές τραπέζιο ---> ΔΓ=ΒΑ'=2ΟΟ'

Λύση2



Έστω Η το μέσο της υποτείνουσας του ορθ. τριγ ΔΡΓ. Τότε ΡΗ=ΔΓ/2 --- > ΡΗΓ και ΔΗΡ ισοσκελή τρίγωνα --- > γωνΗΡΓ=ΡΓΗ=ω και ΔΡΗ=ΔΗΡ=φ. Όμως γων ΔΓΡ=ΔΒΑ=ω (ως εγγεγραμμένες που βλέπουν το τόξο ΑΔ) =ΒΡΟ' =ω (επειδή ΡΟ'Β ισοσκελές αφού ΡΟ' διάμεσος του ορθ τριγ ΑΡΒ καθόσον Ο' μέσον της ΑΓ ως ιχνος του αποστήματος ΟΟ')

Με την ίδια λογική καταλήγουμε ότι ΔΡΗ=ΗΔΡ=φ=ΡΑΒ=ΑΡΟ'.

Προεκτείνουμε την ΗΡ που τέμνει την ΑΒ στο Κ. Τότε στο τριγωνο ΑΡΚ έχουμε ΡΑΚ+ΑΡΚ=φ+ΗΡΓ=φ+ω=ΔΡΓ=90^o συνεπώς ΗΚ//ΟΟ' ως κάθετες στην ΑΒ. Όμοια ΡΟ'//ΗΟ. Άρα ΗΟΟ'Ρ παραλληλόγραμμο
--- > ΟΟ'=ΗΡ=ΔΓ/2

Γιαννόπουλος Παν

3 Ιουλ. 09