Να λύσετε στο σύνολο $\mathbb{N}$ την εξίσωση :   *Στεργίου Μπάμπης*

$$\frac{\chi^2+2}{2\chi+1}+\frac{\chi^2+3}{2\chi+2}+\frac{\chi^2+4}{2\chi+3}+\cdots+\frac{\chi^2+2010}{2\chi+2009}=2009$$

Λύση

Διακρίνω περιπτώσεις για τον φυσικό χ

Α)Αν χ=0 τότε το άθροισμα γίνεται $\frac{2}{1}+\frac{3}{2}+\frac{4}{3}+\cdots+\frac{2010}{2009}>\underbrace{1+1+..+1}_{2009\ \pi\rho o\sigma\theta\varepsilon\tau\acute{\varepsilon}o\iota}>2009$

άρα το μηδέν δεν είναι λύση.

Β) Αν χ=1 τότε το άθροισμα γίνεται $\frac{3}{3}+\frac{4}{4}+\frac{5}{5}+\cdots+\frac{2010}{2010}=\underbrace{1+1+..+1}_{2009\ \pi\rho o\sigma\theta\varepsilon\tau\acute{\varepsilon}o\iota}=2009$

άρα το 1 είναι λύση

$\Gamma)\ \Gamma\iota\alpha\ \chi\geq 2\ \rightarrow\ \chi\cdot\chi\geq 2\cdot\chi\ \rightarrow\ \chi^2\geq 2\cdot\chi\ \rightarrow\ \chi^2+(\kappa+1)>2\chi+\kappa\ \ \mu\varepsilon$

$\kappa=1,2\ldots 2009\ \rightarrow\ \dfrac{\chi^2+(\kappa+1)}{2\chi+\kappa}>1\ \rightarrow\ \mathit{To\ \acute{\alpha}\theta\rho o\iota\sigma\mu\alpha\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \mu\varepsilon\gamma\alpha\lambda\acute{\upsilon}\tau\varepsilon\rho o\ \tau o\upsilon}\ 2009$

$\mathit{\alpha\varphi o\acute{\upsilon}\ \alpha\pi o\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\acute{\iota}\tau\alpha\iota\ \alpha\pi\acute{o}}\ 2009\ \mathit{\acute{o}\rho o\upsilon\varsigma\ \mu\varepsilon\gamma\alpha\lambda\acute{\upsilon}\tau\varepsilon\rho o\upsilon\varsigma\ \tau\eta\varsigma\ \mu o\nu\acute{\alpha}\delta\alpha\varsigma}$

Άρα δεν υπάρχει λύση με χ φυσικο και χ≥2.

Γιαννόπουλος Παν.