

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

Τα θέματα ΔΕΝ θα μεταφερθούν στο καθαρό.

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

Οι απαντήσεις να γραφούν στο καθαρό

Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι $|α| \cdot |β| = |αβ|$ για κάθε $α, β \in \mathbb{R}$. **Μονάδες 10**

B. Στο γραπτό σας, να γράψετε το αριθμό της πρότασης και δίπλα τις λέξεις «ΣΩΣΤΟ» ή «ΛΑΘΟΣ», αν είναι σωστή ή λάθος αντίστοιχα.

I. Για κάθε $α, β \in \mathbb{R}$ ισχύει $|α - β| = |β - α|$.

II. Για κάθε $α, β \in [0, +\infty)$ ισχύει $\sqrt{α + β} = \sqrt{α} + \sqrt{β}$

III. Αν $x \in (3, 6) \cup [13, +\infty)$ τότε $3 < x < 6$ ή $x \geq 13$

IV. Όταν για $α \neq 0$ και $β, γ \in \mathbb{R}$ είναι $αx^2 + βx + γ \leq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε $α < 0$ και η διακρίνουσα $\Delta \leq 0$.

V. Η συνάρτηση $f(x) = αx + β$, με $α, β \in \mathbb{R}$ έχει γραφική παράσταση μια ευθεία που τέμνει τον $y'y$ στο σημείο $(0, β)$.

Μονάδες 10

Γ. i. Τι ονομάζεται n -οστή ρίζα ενός αριθμού $α \geq 0$;

Μονάδες 2

ii. Έστω $α, β$ δύο αριθμοί που παριστάνονται με σημεία A και B αντίστοιχα στον άξονα των πραγματικών αριθμών. Πως συμβολίζεται και με τι ισούται η απόσταση AB των αριθμών $α, β$;

Μονάδες 3

Θέμα 2ο

Δίνονται οι αριθμοί $α = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5-\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5+\sqrt{3}}}$ και $β = \sqrt{12 - \sqrt{6 + \sqrt[3]{25 + \sqrt[3]{8}}}}$.

α. Να αποδείξετε ότι $α = 4$ και $β = 3$

Μονάδες 15

β. Να σχηματίσετε την εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους $ρ_1 = \frac{α}{β}$ και $ρ_2 = \frac{β}{α}$

Μονάδες 10

Θέμα 3°

Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + (2\alpha - \beta)x - \alpha\beta = 0$ (1) με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει πάντα πραγματικές λύσεις. Μονάδες 10

Αν $\alpha = 2$ και $\beta = -2$

β. Να λύσετε την εξίσωση που προκύπτει Μονάδες 7

γ. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της παράστασης $A = \frac{2x^2 - (2\alpha - \beta)x - \alpha\beta}{x^2 - 4}$ και να την απλοποιήσετε Μονάδες 8

Θέμα 4ο

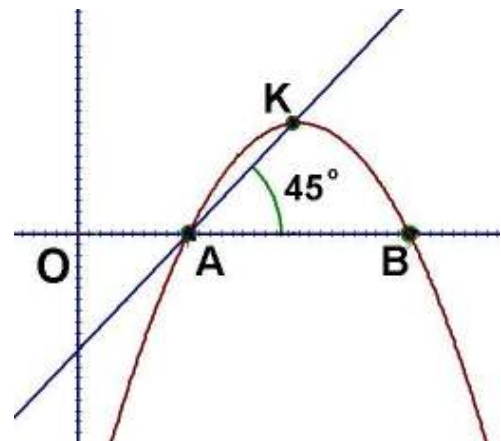
Στο διπλανό σχήμα δίνεται η παραβολή

$f(x) = \alpha x^2 + 4x + \gamma$, με $\alpha, \gamma \in \mathbb{R}^*$, που τέμνει τον x'

στα σημεία A και B με τετμημένες $x_1 = 1$, $x_2 = 3$

αντίστοιχα και κορυφή το K.

Επίσης δίνεται και η ευθεία AK που σχηματίζει με τον άξονα x' γωνία 45° .



α. Να δείξετε ότι $\alpha = -1$ και $\gamma = -3$ Μονάδες 8

β. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας AK. Μονάδες 5

γ. Να βρείτε την κορυφή της K Μονάδες 5

δ. Να λύσετε, είτε με τη χρήση του σχήματος είτε αλγεβρικά, την ανίσωση.

$-x^2 + 4x - 3 \leq x - 1$ Μονάδες 7

Χανιά 3 Ιουνίου 2013

Ο Διευθυντής

Οι εισηγητές